

非線形混合モデルを用いたミズナラ成長経過における産地の効果の推定

那須仁弥(森林総研林育セ)

要旨:成長経過は個体に対して時間経過とともに繰り返し測定されているので、得られたのは経時データとなる。これに回帰式を当てはめることによって、経時変化をモデル化することが出来る。あてはめる回帰式には多項式、非線形モデルがある。しかし、多項式では回帰式に当てはめるデータのみ区間について、良い近似を与えるが、区間外での当てはめの信頼度が劣り、非線形モデルでのあてはめは自然な予測を与える。今回、ミズナラ産地別の成長記録に対して非線形混合モデルを用いて解析し、得られたパラメータを比較することによって、産地の効果の大きさの推定や産地間を比較することができた。

キーワード:成長経過, 非線形混合モデル, 回帰式

I はじめに

成長経過は個体に対して時間経過とともに繰り返し測定されている。これに1次式や回帰式などをあてはめて、変化パターンを特徴付けることができる。しかし、個体の枯損などにより、アンバランスデータになることが多い。このようなデータの解析には混合モデルが適応できる(2)。また、あてはめる回帰式には多項式、非線形モデルがある。しかし、多項式では回帰式に当てはめるデータのみ区間について、良い近似を与えるが、区間外での当てはめの信頼度が劣り、非線形モデルでのあてはめは自然な予測を与える(3)。本報告ではミズナラの産地別試験地で植栽後26年までに得られた断片的な調査結果について非線形混合モデルを用いて産地の効果を推定し、各効果の大きさや産地間の比較を行った。

II 材料と方法

材料は那須(4)と同じ、林木育種センター北海道育種場(北海道江別市)の場内に設定された第1ミズナラ産地別試験園に植栽されたミズナラ自然交配家系の樹高の家系平均値を用いた。ここには12産地、62の産地内家系が反復なしで植栽され、調査は植栽後7, 10, 20, 26年次に行われた。解析はRichards式(6)を使用し、式でのパラメータに産地を変数効果とした非線形混合モデルを仮定した。回帰式はDaniel B. and Robert L.(1)を基にして、

$$Y_{ijk} = a_{ij} \{1 - \exp(-b_{ij}t)\}^{c_{ij}} + \varepsilon_{ijk}$$

Y_{ijk} は*i*番目の産地の*j*番目の産地内家系の*k*年次の樹

高、*t*は年次、 a_{ij} は成長の上限値、 b_{ij} は増加率、 c_{ij} は成長式の形状、 ε_{ijk} は残差を示す。

$$\begin{bmatrix} a_{ij} \\ b_{ij} \\ c_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Mua \\ Mub \\ Muc \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \sim N(\mathbf{0}, \Psi), \quad \Psi = \begin{bmatrix} \sigma_{\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{\alpha_3} \end{bmatrix}$$

ここで a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} は産地*i*の産地内家系*j*のRichards式でのパラメータ、*Mua*, *Mub*, *Muc*は a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} の平均、 α_1 , α_2 , α_3 は a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} における産地の変数効果、変数効果 α_1 , α_2 , α_3 は平均0で Ψ の分散共分散に従うとし、変数効果の共分散構造は対角行列とした。

解析では柳原(7)に倣いRichards式をシグモイドに制約するために a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} を指数変換した。これらの計算にはJAGS(5)を使用した。モデルパラメータの無情報事前分布には平均値0、分散 10^{-6} の正規分布または形状母数1、尺度母数10000を与えた。MCMCの繰り返し数は初期値を32000回とし、繰り返し数のはじめから半分を切り捨てた。すべてのパラメータがGelman-Rubinの収束判断が1.1以下になるまで、繰り返し数を延長した。

III 結果と考察

1. 回帰式の当てはまりとパラメータの推定

多くの観測値が推定された回帰式の95%信用区間にあり、当てはまっていると判断した。表-1に(1)式のパラメータの

Jin'ya Nasu (FFPRI.Forest Tree Breeding Center. 3809-1 Ishi, Hitachi, Ibaraki, 319-1301)

Estimation of the effects of provenance in the early growth of *Quercus crispula* using nonlinear mixed models

推定値を示す。産地の効果の95%信用区間に0が含まれず、効果があると判断された。Richards 式のパラメータ a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} では、 b_{ij} , c_{ij} の産地の変数効果の分散 ($\delta \alpha_2$, $\delta \alpha_3$) が a_{ij} の産地の変数効果の分散 ($\delta \alpha_1$) より大きく、産地の効果が Richards 式の増加率および成長式の形状に現れていると考えられた。

2. 産地間の比較および産地別回帰式の推定

Richards 式の各パラメータにおける産地の効果の推定値を表-2 示す。次に Richards 式の各パラメータにおいて産地の効果が最大な産地と最小な産地の回帰式を図-1 に示す。産地の効果の大きいほど全体平均から離れて示された。これは Richards 式のパラメータにおいて産地の効果の大きさが全体平均からの距離として反映されたと思われた。試験地の設定、管理に関わった歴代の北海道育種場の職員方々に深謝する。

IV 引用文献

(1) Hall D.B., Bailey R.L.(2001) Modeling and Prediction of Forest Growth Variables Based on Multilevel Nonlinear Mixed Models, Forest Science, Vol47- 3, 311-321

(2) 藤越 康祝(2009)経時データ解析の数理, 6-10, (シリーズ 多変量データの統計科学, 朝倉書店, 東京)

(3) J.C. PINHEIRO, D.M. BATES, 緒方宏泰 監訳(2010) SPLUS による混合効果モデル解析, 283-284, シュプリンガー。ジャパン, 東京

(4) 那須仁弥(2012)混合モデルを用いた回帰式による成長経過解析の一例, 関東森林研究 63-1, 153-154(2012)

(5) PLUMMER, MAYRTYN (2003). JAGS: A Program for Analysis of Bayesian Graphical Models Using Gibbs Sampling, Proceedings of the 3rd International Workshop on Distributed Statistical Computing (DSC 2003), March 20-22, Vienna, Austria. ISSN 1609-395X.

<http://sourceforge.net/projects/mcmc-jags/>

(6) RICHARDS, F.J. (1959) A flexible growth function to empirical use. J. Exp. Bot., 10, 290-300

(7) 柳原 宏和・吉本 敦・能本 美穂 (2004) 林分成長分析のための一般化非線形混合効果モデル. 森林資源管理と数理モデル Vol. 3, -FORMATH TSUKUBA 2003-(鹿

又秀聡・吉本敦 編), 14-46, 森林計画学会出版局, 東京

表-1. モデルパラメータの推定値

パラメータ	中央値	95%信用区間	
		下限	上限
$Mu.a$	1334.084	984.368	1581.296
$Mu.b$	0.114	0.076	0.134
$Mu.c$	3.831	2.557	4.646
$\delta \alpha_1$	0.119	0.058	0.295
$\delta \alpha_2$	0.161	0.071	0.449
$\delta \alpha_3$	0.168	0.073	0.470
deviance	2596.336	2559.361	2639.489

表-2. 推定された各産地における産地の効果

	産地の効果		
	α_1	α_2	α_3
栄浦	0.149	0.068	0.062
温根湯	-0.105	0.098	0.067
常呂	0.118	-0.039	0.039
石狩	0.007	0.275	0.338
足寄	-0.047	0.284	0.316
大樹	0.118	-0.025	-0.132
中川	-0.044	-0.131	-0.12
定山溪	-0.055	-0.285	-0.311
東藻琴	-0.189	0.028	-0.05
野幌	0.083	-0.133	-0.116
雄武	-0.034	-0.001	-0.045
陸別	-0.043	-0.152	-0.039

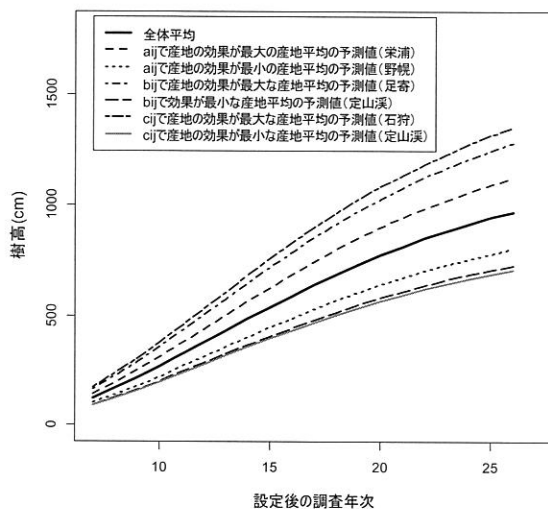


図-1. Richards 式の各パラメータにおいて産地の効果が最大な産地と最小な産地の回帰式